ISTITUTO ISTRUZIONE SUPERIORE

"MARGHERITA HACK"

Via Giovanni Paolo II, 1 -MORLUPO

PROGETTO "PONTE"   a.s. 2016/2017

per la continuità didattica tra scuola secondaria di primo e secondo grado

PRESENTAZIONE

Al fine di affrontare con serenità e competenza il primo anno del Liceo scientifico, gli insegnanti di Matematica del Liceo Scientifico "G. Piazzi" ritengono opportuno ricordare ai futuri studenti ed alle loro famiglie che, per intraprendere il percorso di studi scelto, è consigliabile essere muniti di prerequisiti di base. Si precisa che gli argomenti sotto elencati saranno ripresi durante il corso dell'anno scolastico, in quanto inerenti ai programmi di prima liceo.

Questo fascicolo, utile nel periodo estivo che precede la frequenza del primo anno del Liceo, è stato pensato come supporto e guida per un ripasso strutturato e mirato delle nozioni propedeutiche e fondamentali della matematica acquisite nella scuola secondaria di primo grado e "riaffrontate" nel corso del primo anno del liceo.

Il fascicolo propone:

- alcuni richiami matematici teorici e relativi esercizi svolti sulle conoscenze e competenze minime in uscita dalla scuola secondaria di primo grado;
- una serie di esercizi guida svolti;
- una serie di esercizi da svolgere sui vari argomenti, con risultato finale.

Gli argomenti sono suddivisi in unità e ciascuna unità si apre con una scheda di sintesi della teoria, accompagnata da esempi, come promemoria; segue la parte operativa con esercizi guidati, facili, di media difficoltà, impegnativi e anche "divertenti"…. per testare le abilità "operative".

In alcune pagine troverai anche dei riferimenti a **video lezioni** relative ad espressioni spiegate e svolte passaggio per passaggio e ad una parte di geometria.

Si fa presente che nel mese di settembre 2016 (la settimana precedente e quella successiva l'apertura dell'anno scolastico 2016-17) gli alunni che avranno riscontrato difficoltà durante l'estate nella risoluzione degli esercizi proposti nel fascicolo potranno aderire a lezioni offerte dalla scuola. Le lezioni di "messa a livello" saranno suddivise per argomenti in modo che gli alunni possano partecipare eventualmente solo alle lezioni relative agli argomenti in cui hanno riscontrato criticità. Le date delle lezioni saranno comunicate sul sito dell'Istituto.

…Forza ragazzi! … Mettetecela tutta! Sta per iniziare una nuova avventura!

P.S. Non scoraggiatevi se qualche esercizio vi risulta difficile, perché ne siamo ben consapevoli, ma l'idea è quella di confrontarci a scuola e imparare insieme crescendo!!

INDICE DEI CONTENUTI

...............................**BUON LAVORO!!**

1. DAL LINGUAGGIO NATURALE AL LINGUAGGIO DEI NUMERI

□ Sottrai al quadrato di -4 il cubo di -2	a)	(17+18): (11-4)
□ Moltiplica la quinta parte di 3 per l'opposto di -2	b)	$(-2)^3-(-4)^2$
□ Aggiungi al quoziente della divisione fra 75 e 15 la differenza tra 12 e 7	c)	15 · [-(-2)]
□ Dividi la differenza tra 17 e 18 per la somma tra 11 e 4	d)	(75+15): (12-7)
□ Dividi la somma tra 75 e 15 per la differenza tra 12 e 7	e)	(17-18) : (11+4)
□ Sottrai al cubo di -2 il quadrato di -4	f)	$\frac{3}{5} \cdot [-(-2)]$ –
□ Dividi la somma di 17 e 18 per la differenza tra 11 e 4	g)	$(-4)^2-(-2)^3$
□ Moltiplica il triplo di 5 per l'opposto di -2	h)	75:15+(12-7)

2) Traduci le frasi in espressioni numeriche e risolvile

ESEMPIO: alla differenza tra 11 e 8 aggiungere 31: (11-8)+31 = 3+31=34

a) Dividi la somma tra 21 e 28 per la differenza fra 16 e 9 …………………………………………….

b) Al prodotto di 17 e 3 sottrai il quoziente tra 21 e 7…………………………………………………

c) Dalla metà di 42 sottrai il triplo di 3………………………………………………………………..

d) Sottrai dal cubo di 4 il triplo di -3…………………………………………………………………

e) Moltiplica i due terzi di 9 per il quadruplo di 2……………………………………………………

f) Aggiungi all'opposto di -3 il doppio di 7…………………………………………………………….

g) Al quadrato del doppio di 4 sottrai il doppio di 3……………………………………………………

h) Alla somma dei quadrati di 2 e 3 sottrai il quadrato della somma di 2 e 3

2. I NUMERI NATURALI

L'insieme dei numeri naturali è N = $\{0, 1, 2, 3, \dots\dots\}$. In N si eseguono le quattro operazioni:

Operazioni	Proprietà	Esempi
Addizione a+b a, b addendi a+b somma	L'addizione è un'operazione interna ai numeri naturali perché la somma (**a+b**) di due numeri naturali (**a** e **b**) è <u>sempre</u> un numero naturale. ♦ Commutativa a+b=b+a ♦ Associativa (a+b)+c=a+(b+c) ♦ 0 è elemento neutro a+0=0+a=a	4 + 7 = 11 5 + 4 = 4 + 5 (7+10) + 1 = 7 + (10+1) 8 + 0= 0 + 8 = 8
Moltiplicazione a·b a , b fattori a·b prodotto	La moltiplicazione è un'operazione interna ai numeri naturali perché il prodotto (**a·b**) di due numeri naturali (**a** e **b**) è <u>sempre</u> un numero naturale ♦ Commutativa a·b =b·a ♦ Associativa (a·b) ·c=a· (b·c) ♦ Distributiva a· (b+c)=a·b+a·c ♦ 1 è elemento neutro a·1=a ♦ 0 è elemento nullo a·0=0 ♦ legge di annullamento del prodotto: a·b= 0 →a=0 o b=0	7·5 = 35 4·2=2·4=8 (2·3) ·4 = 2· (3·4) =24 2· (3+7)=2·3+2·7=6+14=20 7·1=7 9·0=0 3·a=0 →a=0
Sottrazione a−b a minuendo b sottraendo a-b differenza	La sottrazione non è interna a N perché la differenza (**a−b**) di numeri naturali (**a** e **b**) <u>non sempre</u> è un numero naturale: a−b=c ⇔ a=b+c, solo se a≥b ♦ Non è commutativa ♦ Non associativa ♦ Se a=b→a−b=0 ♦ Invariantiva: se si aggiunge o si sottrae ad a e b uno stesso numero n la differenza a−b non cambia	12-7 = 5 ⇔ 12 = 7+5 mentre 3-5 non è eseguibile in N perché 3<5 5 - 2≠2 - 5 7 - (4 - 3) ≠(7 - 4) - 3 9-9=0 12 - 3 = (12+5)-(3+5) 12 - 3 = (12-2)-(3-2)
Divisione a:b a dividendo b divisore a:b quoto	**La divisione tra numeri naturali non è interna a N perché il quoto (a:b) di due numeri naturali (a e b) <u>non sempre</u> è un numero** naturale a:b=q ⇔ a=b·q ♦ Non è commutativa ♦ Non associativa ♦ Distributiva solo a destra (a+b):c=a:c+b:c ♦ Invariantiva: se dividendo e divisore vengono moltiplicati o divisi per uno stesso numero diverso da zero, il quoziente non cambia ♦ Se a=b → a :b=1 ♦ Algoritmo Euclideo: dati a e b esistono due numeri q e r tali che : a=b·q+r	35:7 = 5 ⇔ 35 = 5·7 mentre 36 : 5 non è eseguibile in N 12 : 3≠3 : 12 36 : (9:3) ≠ (36:9) : 3 (40+8) : 2 = 40 : 2 + 8 : 2 (100:20) = (100·3) : (20·3) (100:20) = (100 :4) : (20:4) 14:14 = 1 a = 15, b = 6 →q = 2 (quoziente), r = 3(resto) 15 = 6·2 + 3

Attenzione allo 0 nella divisione:

0:7= 0, quindi in generale 0:a= 0 per ogni valore di a ≠0
(infatti 0:0 è una forma indeterminata),
mentre l'inverso 7:0 o in generale a:0 (per ogni valore di a ≠0) è un'operazione impossibile.

N.B. Ricorda anche che **nelle espressioni la moltiplicazione e la divisione hanno la precedenza…e vanno svolte nell'ordine in cui compaiono**

ESEMPIO (12+16:4-2) ·3= (12+4-2) ·3=14·3=42

Errori da evitare

1) 2+4·3 =6·3 NO!
riscrivo 2 e svolgo **PRIMA** la moltiplicazione tra 4 e 3, cioè:
2+12=14 … svolgo prima la moltiplicazione!
2) 72+12:4+2=84:4+2=21+2 =23 NO!
riscrivo 72 e svolgo **PRIMA** la divisione tra 12 e 4, cioè:
72+3+2=77 … svolgo prima la divisione!
3) 100:20:5=100:4=25 **NO!**
Prima calcolo 100:20 e poi divide il risultato per 5, cioè:
5:5 = 1 … svolgo le operazioni di divisione e moltiplicazione nell'ordine in cui compaiono!

E ora…… ESERCIZI

1.Completa la tabella come nell'esempio

uguaglianza	Proprietà applicata
12·(2+6)=24+72	distributiva
41·12=41·12	
74·1=74	
5·0=0	
13+12=12+13	
4·(7·8)=(4·7)·8	
(80+8):4= 20+2	
(67+8)+9=67+17=84	
567+….=567	
54+9=……	commutativa

2.Completa la tabella …come nell'esempio

a	b	a+b	a-b	a·b	a:b	b:a
10	5	10+5=15	10-5 = 5	10·5=50	10:5=2	5:10 impossibile in N
7	28					
5		8				
5				25		
	0		20			
100				100		
	7				0	
5					Impossibile in N	
15						0
0	0					

3.Stabilisci se l'uguaglianza è vera o falsa, se è vera prosegui con i calcoli, se falsa correggi il secondo membro e completa...

Uguaglianza	Vera-falsa	Risultato/correzione
3·(4·5·6)=(3·4) · (3·5) · (3·6)	falsa	= 3·120=360
22·(3-3)=22		
12:0=12		
0:9=9		
2+3·4=5·4		
(9+5) ·(4+7)=(9+5) ·4+7		
4·7+4·6=4·(6+7)		
(5·2):10=0		
360:6:3·2=360:[6:(3·2)]		
36:1+3-1·2=36 : (1+3-1) ·2		

4.Calcola le seguenti espressioni…. Attenzione alle parentesi e alla precedenza delle operazioni.

N.B. Abbiamo suddiviso le espressioni in 4 gruppi (numerati da 1 a 4); nota come cambiano i risultati in ciascun gruppo al cambiare delle parentesi (guarda in ogni gruppo i risultati delle lettere a, b, c, d).

1) a) 35-15+15:5·3=
b) 35-(15+15):5·3=
c) 35-15+15 :(5·3)=
d) (35-15+15):5·3=

2) a) 5·6-2+4·3=
b) 5·(6-2)+4·3=
c) 5·(6-2+4)·3=
d) 5·6-(2+4)·3=

3) a) 24+16-8·4:2=
b) 24+(16-8)·4:2=
c) (24+16-8)·4:2=
d)(24+16-8·4):2=

4) a) 36:1+3-1·2=
b) 36:(1+3)-1·2=
c) 36:(1+3-1)·2=
d) 36:1+(3-1)·2=

5.Ora, inserisci in ciascun esercizio le parentesi in modo che il risultato dato sia corretto.

1) a) 3·3+3:3+3=9
b) 3·3+3:3+3=3
c) 3·3+3:3+3=13
d) 3·3+3:3+3=7
e) 3·3+3:3+3=2

2) a) 30-5·3+7·4-2=25·3+7·2
b) 30-5·3+7·4-2=25·10·2
c) 30-5·3+7·4-2=30-15+28-2
d) 30-5·3+7·4-2=30-15+14
e) 30-5·3+7·4-2=(30-22) ·4-2

6. Completa, applicando le proprietà, in modo che risultino vere le uguaglianze.

a) (33+18): ….. = 11+6
b) (25-…..):5=5-2
c) 7·(…..-4)=42-28
d) 225:25=900:…
e) 95:5=…..:10
f) 8:4=40: ….
g) (30·8):……= 24
h) (….. ·4):7= 7·4
i) 120 ·…..= 24 ·10
j) 37-18=30- ……

7. Completa la tabella:

dividendo	divisore	quoziente q	resto r	verifica: b · q + r = a
55	11			
0	9			
14	6			
34	12			
	5	14	2	
	3	12	2	

8. Calcola il valore delle seguenti espressioni, dopo aver esaminato quella svolta nella pagina seguente.

a) $[(32+8)\cdot3+2\cdot5]:10\cdot13 -1=$ [168]

b) $[26-8\cdot(3\cdot2-1\cdot5)]:(4+8:4)=$ [3]

c) $\{36\cdot6:3-[36\cdot3:6+36:6\cdot3-36:(6\cdot3)]\}:2-1=$ [18]

d) $\{8+4\cdot[5\cdot2-5+3\cdot(6-5\cdot1)]\}:10\cdot4:2=$ [8]

(segui il video "espressione naturali")

Ordine di esecuzione delle operazioni in una espressione

IN ASSENZA DI PARENTESI *si eseguono prima la moltiplicazione e la divisione nell'ordine in cui si susseguono, poi l'addizione e la sottrazione.*

SE INVECE FIGURANO ANCHE PARENTESI*, si procede prima al calcolo del valore delle espressioni contenute nelle parentesi più interne; dopo si procede con le espressioni successive fino alla totale eliminazione di tutte le parentesi.*

Esaminiamo la seguente espressione:

$$\{12-[(6\cdot3+24:6\cdot2+4):5-(11+2\cdot6:3+1):8\cdot2]:2\}$$

Non posso eseguire l'operazione di prodotto perché è preceduta dal segno di divisione

$$\left\{12-\left[\left(\underbrace{6\cdot3}+\underbrace{24:6\cdot2}+4\right):5-\left(11+\underbrace{2\cdot6:3}+1\right)\overbrace{:8\cdot2}\right]:2\right\}=$$

Risolvo il prodotto

Eseguo prima la divisione ed a seguire il prodotto

Posso eseguire indifferentemente prima il prodotto ed a seguire la moltiplicazione

$$=\left\{12-\left[\underbrace{(18+8+4)}:5-\underbrace{(11+4+1)}:8\cdot2\right]:2\right\}=$$

Sommo i numeri ed elimino la parentesi tonda

Sommo i numeri ed elimino la parentesi

Non posso eseguire la sottrazione perché il sottraendo è seguito dal segno della divisione

$$=\left\{12-\left[\underbrace{30:5}-\underbrace{16:8\cdot2}\right]:2\right\}=\left\{12-\underbrace{[6-4]}:2\right\}=\left\{\overbrace{12-\underbrace{2:2}}\right\}=$$

Eseguo la divisione

Eseguo prima la divisione ed a seguire il prodotto

Eseguo la sottrazione ed elimino la parentesi quadra

Eseguo la

$$=\left\{\underbrace{12-1}\right\}=11$$

Risultato

Eseguo la sottrazione ed elimino la parentesi graffa

9.Indica il valore relativo della cifra 8 in ciascuno dei seguenti numeri:

a) 1480 ………………….; b) 4800 ……………..; c) 8504 ……………….; d) 845006 ………………….

10.Indica il valore relativo della cifra 4 in ciascuno dei seguenti numeri:

a)1420 ……………….; b) 4300 ………….…….; c) 6504 ……….………….; d) 145006 ………………….

11.Scrivi in cifre il numero formato da:

a) 5 centinaia, 4 decine e 7 unità ………….;   c) 3 centinaia di migliaia, 6 decine ………………….;

b) 2 decine di migliaia e 4 centinaia ………………; d) 9 migliaia, 2 decine e 4 unità …………………..

e) 3 centinaia, 4 decine e 2 unità ………….;   f) 2 decine di migliaia e 4 centinaia ………………….;

g) 4 migliaia, 3 decine e 6 unità ………………;   h) 5 centinaia di migliaia, 6 decine …………………....

12. Inserisci il simbolo maggiore (>), minore (<) o uguale (=) tra le seguenti coppie di numeri:

a) 3,12 ………… 3,2;   b) 7,05 ………… 7,1;   c) 6,015 ……………… 6,15;   d) 0,84 ………………0,8400.

e) 3,5 ………… 4;   f) 0,57 ………… 0,6;   g) 2,490 ……………… 2,49;   h) 6,05 ………………6,50.

3. MULTIPLI E DIVISORI

Definizioni	**esempi**
Dato un numero naturale **a**, il numero naturale **b** si dice *multiplo* di **a** secondo **n** se: **b=a·n** con **n** numero naturale. Si può dire anche che: "a è *sottomultiplo* di b" "a è *divisore* di b" " a *divide b*" "b è *divisibile per* a"	35 = 7·5, dunque 35 è multiplo di 7 secondo 5 7 è sottomultiplo di 35 7 è divisore di 35 7 divide 35 35 è divisibile per 7
Un numero si dice *primo* se è divisibile solo per 1 e per se stesso. **1 non è considerato numero primo.** Il primo numero primo è 2	2,3,5,7,….sono primi 14,24,141… non sono primi
Criteri di divisibilità: *un numero è divisibile per :* **2** se termina con una cifra pari **3** se la somma delle cifre è multiplo di 3 **4** se ultime due cifre sono divisibili per esso o se sono 00 **5** se termina con 0 o 5 **6** se divisibile per 2 e per 3 **7** se la differenza tra il numero ottenuto eliminando l'ultima cifra e il doppio dell'ultima cifra è 0 o 7 **11** se la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma delle cifre di posto pari è 0 o 11	 12, 28, 48, 120…. 72, 81, 996…. 820, 900, 2016… 40, 75, 410…. 18, 84, 132…. 84 (8-4·2=0); 133(13-3·2=7) 242, 506, 8261,….
Scomporre in fattori primi un numero n vuol dire scriverlo come il prodotto dei suoi fattori primi	14=2·7; $36=2\cdot2\cdot3\cdot3=2^2\cdot3^2$ $250=2\cdot5\cdot5\cdot5=2\cdot5^3$
M.C.D. *Massimo comun divisore* di due o più numeri è il maggiore tra i divisori comuni. **Come si calcola**? Si scompongono tutti i numeri in fattori primi e poi si moltiplicano solo i fattori primi comuni presi con il minimo esponente	M.C.D.(30;18) = ? 30 = 2·3·5 $18 = 2\cdot3^2$ →M.C.D. = 2·3 = 6
m.c.m. *Minimo comun multiplo* di due o più numeri è il minore tra tutti i multipli comuni. **Come si calcola**? Si scompongono tutti i numeri in fattori primi e poi si moltiplicano tutti i fattori primi comuni e non presi con il maggior esponente	m.c.m.(30;18) = ? 30 = 2·3·5 $18 = 2\cdot3^2$ →m.c.m.$=2\cdot3^2\cdot5=90$
Due numeri si dicono *primi tra loro* se il loro M.C.D. è 1 *Osservazioni*: se a e b sono primi tra loro , allora m.c.m.(a;b)= a·b se a e b sono primi sono anche primi tra loro	(12;5); (15;16); (12;15) NO! m.c.m.(12,5)=12·5=60 (7;11)

E ora…… ESERCIZI

1. Completa la tabella, come nell'esempio

		È divisibile per ?							
Numero	**primo**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**9**	**11**
72	no	x	x	x		x		x	
83									
215									
908									
294									
822									
1254									
1101									
1320									

2. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri, come nell'esempio

360 | 2 180 | 2 90 | 2 45 | 3 15 | 3 5 | 5 1 | $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	980	270	175	1230	3580

3. Di seguito è riportata la procedura per il calcolo di M.C.D. e m.c.m. tra numeri mediante la scomposizione in fattori primi:

a) $MCD(168,180)=$ .... $mcm(168,180)=$ ….

- $168 = \quad 2^3 \times 3 \times 7 \qquad 180 = \quad 2^2 \times 3^2 \times 5$

$-\, MCD(168,180) = \quad 2^2 \times 3 = 12$

$-mcm(168,180) = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$

$b)MCD(12,65) = \ldots$ $mcm(12,65) =$ ….

- $12 = \quad 2^2 \times 3 \qquad 65 = \quad 5 \times 13$

$-MCD(12,65) = 1$

$-mcm(12,65) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13 = 780$

Ora completa la tabella

Gruppo di numeri	Scomponi in fattori primi	Calcola M.C.D.	Calcola m.c.m.
18 32 36			
60 27 45			
15 14 42 63			
196 224 336 392			

4. **Risolvere i seguenti problemi:**

a. Un negoziante ha 140 palline rosse, 120 gialle e 100 bianche. Volendo fare tanti sacchetti, ciascuno formato dallo stesso numero, il maggiore possibile, di palline di uguale colore, calcolare il numero di palline di ciascun sacchetto e il numero dei sacchetti.[7, 6, 5; 20]

b. Lo spago di tre gomitoli deve essere tagliato in parti uguali e della maggiore lunghezza possibile. Calcolare la lunghezza di ciascuna parte e il numero delle parti, sapendo che i tre gomitoli sono lunghi 180 m, 240 m, 300 m.
[3, 4, 5; 60]

c. Una famiglia va in vacanza in una località della Toscana ogni 3 anni, un'altra si reca nello stesso luogo ogni 6 anni. Se si sono incontrate durante le vacanze del 1987, in quale anno si ritroveranno nella stessa località? [1993]

d. Tre fari si accendono ad intervalli regolari, il primo ogni 4 secondi, il secondo ogni 6 ed il terzo ogni 20 secondi. Se ad un certo istante si accendono contemporaneamente, dopo quanti secondi si accenderanno nuovamente insieme? [1 minuto]

e. Tre viaggiatori di commercio ritornano nella stessa città uno ogni 12 giorni, l'altro ogni 18 giorni ed il terzo ogni 28 giorni. Se oggi si sono trovati insieme nella città, dopo quanti giorni si troveranno nuovamente insieme? [252]

gg

4. LE POTENZE

Proprietà dell'elevamento a potenza:

Stessa base	*Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti*	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$(+3)^5 \times (+3)^7 = (+3)^{12}$
	Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$(+3)^9 : (+3)^5 = (+3)^4$
Stesso esponente	*Il prodotto di due potenze aventi lo stesso esponente è uguale ad una potenza avente per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente*	$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$(+3)^9 \times (+5)^9 = (+15)^9$
	Il quoziente di due potenze aventi lo stesso esponente è uguale ad una potenza avente per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente	$a^n : b^n = (a : b)^n$	$(+21)^9 : (+7)^9 = (+3)^9$
Potenza di potenza	*La potenza di una potenza è uguale a una potenza avente per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti*	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$[(+2)^3]^5 = (+2)^{15}$

Soffermiamoci sul ruolo dello 0 nell'elevamento a potenza:

- Qual è il risultato dell'operazione a^0 , se $a \neq 0$? Per esempio, quanto vale $(+3)^0$?

Non è possibile rispondere a questa domanda utilizzando la definizione di potenza data precedentemente, poiché questa è valida solo se l'esponente è un numero intero maggiore di 1. Possiamo però applicare la proprietà del quoziente di potenze aventi la stessa base:

$$(+3)^2 : (+3)^2 = (+3)^{2-2} = 3^0$$

D'altra parte un numero [nel precedente esempio $(+3)^2$] diviso se stesso dà come risultato 1. $(+3)^2 : (+3)^2 = 9 : 9 = 1$. Allora, confrontando i risultati ottenuti calcolando $(+3)^2 : (+3)^2$, abbiamo che $3^0 = 1$.

Di conseguenza deve essere $(+3)^0 = 1$. Analogamente deve essere per qualunque base $a \neq 0$.

Quindi: $a^0 = 1$ **, se** $a \neq 0$.

- Qual è il risultato dell'operazione 0^0 ?

Analogamente a prima possiamo dire che: $0^5 : 0^5 = 0^0$

Ma svolgendo le potenze: $0^5 : 0^5 = 0 : 0$ = operazione indeterminata, come abbiamo visto nella divisione. Quindi 0^0= operazione indeterminata

- Qual è il risultato dell'operazione 0^n , con esponente $n \neq 0$? Utilizzando la definizione di potenza si ha: $0^n = \underbrace{0 \times 0 \times \ldots \times 0}_{n \text{ fattori}} = 0$

Quindi $0^n = 0$, se $n \neq 0$.

Rissumiamo i risultati così ottenuti:

- $a^0 = 1$**, se**$a \neq 0$
- $0^0 =$**operazione indeterminata**
- $0^n = 0$ **, se**$n \neq 0$

Il ruolo dello zero nelle operazioni.

Il ruolo dello zero nelle varie operazioni è molto importante; riassumiamolo nella tabella sottostante:

Operazione	**Ruolo dello zero**
Addizione	$a + 0 = 0 + a = a$
Moltiplicazione	$a \times 0 = 0 \times a = 0$ $0 \times 0 = 0$
Divisione	$a : 0 =$ operazione impossibile (se $a \neq 0$) $0 : 0 =$ operazione indeterminata $0 : a = 0$ (se $a \neq 0$)
Potenza	$a^0 = 1$, se $a \neq 0$ $0^0 =$ operazione indeterminata $0^n = 0$, se $n \neq 0$

E ora…… ESERCIZI

1.Applicando se possibile le proprietà delle potenze, scrivi il risultato:

a) $2^5 \times 2^3 =$ ………..

c) $4^6 \times 3^6 =$ …………………..

e) $\left[\left(3^2\right)^3\right]^4 =$ ………..

b) $3^4 - 3^2 =$ …………………

d) $8^8 : 4^8 =$ ……………….

f) $9^5 : 9 =$ ……………..

g) 83 : 8 = ………..

i) 24 – 23 = …………………..

m) $\left[\left(2^2\right)^4\right]^3 =$ ……………….

h) 55 × 54 = …………………

l) 56 × 36 = ……………….

n) 67 : 27 = ……………..

2.Applica le proprietà delle potenze e scrivi il risultato sotto forma di un’unica potenza:

a) $3^8 \times 3^5 : 3^9 =$

b) $[(5^2)^3]^2 : 5^6 =$

c) $(8^3 \times 8^6) : 2^9 =$

d) $(15^3)^2 : 5^6 =$

e) $6^9 : 6^7 \times 6^3 =$

f) $(15^5 : 5^5):(3^2 \times 3^3) =$

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, se possibile, le proprietà delle potenze, esaminando prima la seguente espressione svolta:

$$\left\{\left[\left(4^6 : 4^4\right)^2 : \left(12^3 : 3^3\right)\right]^2\right\}^3 \cdot \left[\left(4^2 \cdot 4^3\right)^4 : 4^{14}\right]^5 : 4^2 \cdot \left(4^3\right)^0 =$$

$$\left\{\left[\left(\underbrace{4^6 : 4^4}\right)^2 : \left(\underbrace{12^3 : 3^3}\right)\right]^2\right\}^3 \cdot \left[\left(\underbrace{4^2 \cdot 4^3}\right)^4 : 4^{14}\right]^5 : 4^2 \cdot \underbrace{\left(4^3\right)^0} =$$

Applico la proprietà del quoziente 4^{6-4}

Applico la proprietà del quoziente $(12:3)^3$

Applico la proprietà del prodotto 4^{2+3}

Applico la proprietà della potenza di potenza $4^{3\cdot 0}$

Non posso eseguire l'operazione di prodotto perché è preceduta dal segno di divisione

$$= \left\{\left[\underbrace{\left(4^2\right)^2} : 4^3\right]\right\} \cdot \left[\underbrace{\left(4^5\right)^4} : 4^{14}\right]^5 \overbrace{: 4^2 \cdot \underbrace{4^0}} =$$

Applico la potenza di potenza $4^{2\cdot 2}$

Applico la potenza di potenza $4^{5\cdot 4}$

Applico la regola per cui $4^0 = 1$

$$= \left\{\left[\underbrace{4^4 : 4^3}\right]\right\} \cdot \left[\underbrace{4^{20} : 4^{14}}\right]^5 : 4^2 \cdot 1 =$$

Applico la proprietà del quoziente

Applico la proprietà del quoziente 4^{20-14}

$$= \underbrace{\left\{[4]^2\right\}^3} \cdot \underbrace{\left[4^6\right]^5} : 4^2 = = \underbrace{4^6 \cdot 4^{30} : 4^2} = 4^{34}$$

Risultato

Applico la potenza di potenza $4^{1\cdot 2\cdot 3}$

Applico la potenza di potenza $4^{6\cdot 5}$

Applico le proprietà di prodotto e quoziente 4^{6+30-2}

a) $[2 \times (7 - 2 \times 3 + 5) : 3 \times 2^2] : 2^3 + 3^4 : 3^3 =$ [5]

b) $(2 \times 3 - 2^2)^3 : (2^2 - 3^0 - 1) + (2^3)^2 : 2^4 =$ [8]

c) $(3 \times 5 + 15^7 : 15^6) : (2 \times 3) + 2^3 - (4^6)^0 =$ [12]

d) $[(3^{10} \times 4^{10} : 12^8) : 2^2 - 2 \times 3 \times 5] \times 3 - 3^2 =$ [9]

e) $5^4 : 5^3 + [2 + (3^3 - 3^2)] : [(3^2 \times 2) + 2] =$ [6]

f) $(3 + 5 \times 2^2 - 4^2)^2 : (3 \times 2 + 1)^2 + 5^0 - (2^4)^2 : 2^7 =$ [0]

g) $4^2 + 2^3 \times 2^2 : 2^4 + (3^2)^3 : 3^4 =$ [27]

h) $\{(3^6 \times 3^4 \times 3^2)^3 : [(3^3)^3]^4 - 14^0\}^4 + 6^7 : (2^7 \times 3^7)$ [1]

5. I NUMERI INTERI RELATIVI

L'insieme dei numeri INTERI è Z = $\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots\ldots\}$. In Z si eseguono le quattro operazioni:

terminologia	definizioni	esempi
Numeri concordi	Se hanno stesso segno	-5;7 +4;+3
Numeri discordi	Se hanno segno diverso	5;-6 -4;
Valore assoluto |a|	È il numero senza segno, ovvero positivo	|-3|=3 ; |+4|=4
Numeri opposti	Se due numeri hanno stesso valore assoluto e sono discordi, allora la loro somma è zero!	+5;-5 ma |+5|=|-5|
	Operazioni	
Addizione **a+b**	Occorre distinguere se sono **concordi** o **discordi**	
Se **concordi**	Si esegue sempre la somma dei valori assoluti dei due addendi; il *segno* è uguale a quello dei due addendi.	-5+(-7)= - (5+7)=-12
Se **discordi**	Si esegue la sottrazione tra il maggiore e il minore dei *Valori assoluti;* il *segno* è uguale a quello dell'addendo di maggior valore assoluto.	(-5) +(+3)=-(5-3)=-2 (-5)+(+8)=+(8-5) =+3
Sottrazione **a-b**	*È un'operazione INTERNA*, è la somma di a con l'opposto di b: a−b= a+(-b)	+8-(-5)=+8+(+5)+13 -7-(+4)=-7+(-4)=-11
Moltiplicazione **a·b**	*Il prodotto* è un numero intero avente: *segno* + se i fattori sono concordi, *segno* - se i fattori sono discordi **Regola dei segni**: vedi la tabella riportata di seguito	(+4)· (+3)=+12 (-4) · (-3)= +12 (-4) · (+3)= -12
Divisione **a:b**	È eseguibile solo se a è multiplo di b e b≠0 Stessa regola dei segni della moltiplicazione	(+9):(-3)=-3 (-9):(-3)=+3

Per quanto riguarda la moltiplicazione (e la divisione) vale la seguente "**regola dei segni":**

1. **se i numeri sono concordi il risultato ha segno positivo**
2. **se i numeri sono discordi il risultato ha segno negativo**

Riassumiamo la regola dei segni nella seguente tabella:

·	**+**	**-**
+	+	-
-	-	+

E ora…… ESERCIZI

1. Calcola il valore delle espressioni

+30+(-5)+(-7)+(+1)=	20-30+15-2=
+30-(-5)+(-7)-(+1)=	20-(30+15)-2=
-30+(-5)-(-7)+(-1)=	20-(30+15-2)=
+30-(-5)+(-7)-(+1)=	(20-30)-15-2=
-30-(-5)-(-7)-(+1)=	20-[30-(15-2)]=

-5 (-7) (+2)=	+60: (-6):(-2)=
-5 [-7 (+2)]=	+60: (-6:(-2))=
-4 (-3) (-2) (-1)=	-48: (-12): (+2): (-1)=
-4 [-3 (-2)] (-1)=	-48: [-12: (+2): (-1)]=

2. Completa….

(-40):……..=-8 (-90):…….=-1 ………-(-13)=0 …….+(-19)=-26 (-9) ………=99

(-8)-……..=-25 (-12):…….= +4 100+……..=-3 51-………= -7 -7 ……….=63

3. Completa la tabella

Numeri		Opposti		Somma	Differenza	Differenza	Prodotto	Quoziente
a	**b**	**-a**	**-b**	**a+b**	**a−b**	**b−a**	**a·b**	**a:b**
-4	2							
-4				-13				
5					17			
		8				24		
			+20				-40	
	-40							10
				-10			16	

4. Risolvi le seguenti espressioni
N.B. ricorda che il segno sottointeso tra due parentesi è il "per".

a) $-(-4+9)+(6-12-5)-(-10+25-6)-(-2-9)=$ $[14]$

b) $[15+(-3+2-6):(-7)]:[4\cdot(-2)]+6:(-3)-(4+2\cdot6-4)=$ $[-16]$

(segui il video "espressione interi")

c) $(-44):(6\cdot3+5\cdot4-12\cdot3+9)-[-23-3+7\cdot7+64:(-8)]:5\cdot(-1)=$ $[-1]$

d) $[(+4)(-4)(-3)]:[(-8)(+3)]=$ $[-2]$

e) $[-2(-3)(-4)(+6)]:[(-12)(+3)]=$ $[4]$

f) $[(-100):(+25)]:[(+84):(-21)]=$ $[1]$

g) $[(+8)(-3)(+4)]:(-6)=$ $[16]$

h) $-3-[(-6)^3\cdot(-4)^3:(-8)^3-(-3)^2-3(2+5)]=$ $[30]$

i) $[(-2)^2\cdot(-2)^4:(-2)^3]^2:(-2)^3+(-7+3)^2=$ $[8]$

6. I NUMERI RAZIONALI

Per capire cosa è un numero razionale dobbiamo introdurre il concetto di frazione.

La **frazione** $\frac{a}{b}$, dove **a** (numeratore) e ***b*** (denominatore) sono numeri relativi e ***b* ≠ 0** , indica il risultato della divisione tra il numero a e il numero *b* . Questo numero è intero solo se il numeratore è un multiplo del denominatore.

Due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ si dicono **equivalenti** se rappresentano lo stesso numero.

Per esempio $\frac{7}{15}$ e $\frac{14}{30}$ sono frazioni equivalenti.

Quindi data una frazione se ne possono scrivere infinite equivalenti ad essa, moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per lo stesso numero (diverso da zero). Infatti la frazione rappresenta, come abbiamo detto, una divisione, e quindi possiamo applicare ad essa la proprietà invariantiva.

Es: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{20}{30}$

Tra tutte queste frazioni equivalenti ce ne è solo una in cui numeratore e denominatore sono numeri primi tra loro (nell'esempio precedente è la frazione $\frac{2}{3}$); si dice **ridotta ai minimi termini**, e si ottiene dalle altre dividendo numeratore e denominatore per tutti i loro fattori comuni, cioè per il loro MCD.

Un **numero razionale** è proprio l'insieme di tutte le frazioni tra loro equivalenti. L'insieme dei numeri razionali si indica con la lettera *Q* .

Quindi tra i numeri razionali troviamo anche i numeri interi relativi *Z* (quando il numeratore è multiplo del denominatore), e naturalmente anche i numeri naturali *N* (quando numeratore e denominatore sono anche concordi).

I numeri razionali *Q* sono pertanto un ampliamento dell'insieme *Z* :

$$N \subset Z \subset Q$$

Elevamento a potenza di una frazione

Si elevano a potenza il numeratore e il denominatore della frazione. **Esempio**: $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4}$

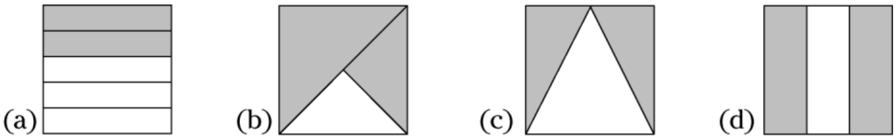
NOTA IMPORTANTE

Le scritture $\frac{3^2}{7}$ e $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ non sono equivalenti perché non hanno la stessa base

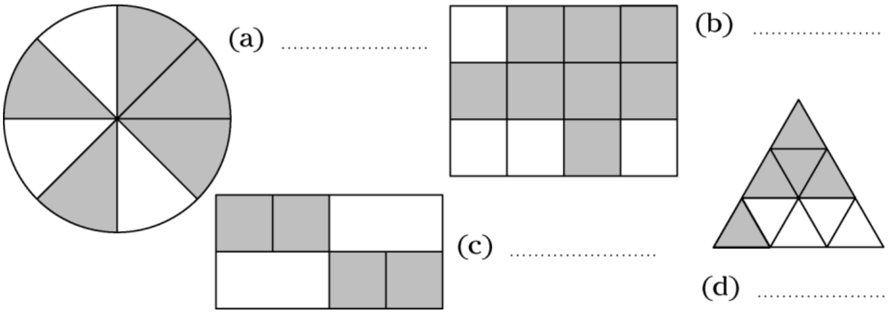
infatti: $\frac{3^2}{7} = \frac{9}{7}$ mentre $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

E ora…… ESERCIZI

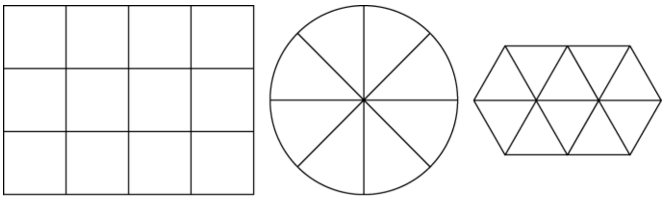
1. In quali quadrati sono colorati i $\frac{2}{3}$?



2. Quale frazione dell'intera figura rappresenta la parte colorata?

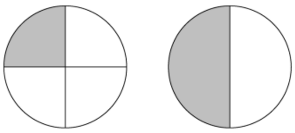


3. Per ciascuna figura, colora una parte corrispondente alla frazione indicata.



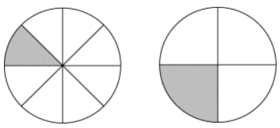
$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$

4. È più grande $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{2}$?



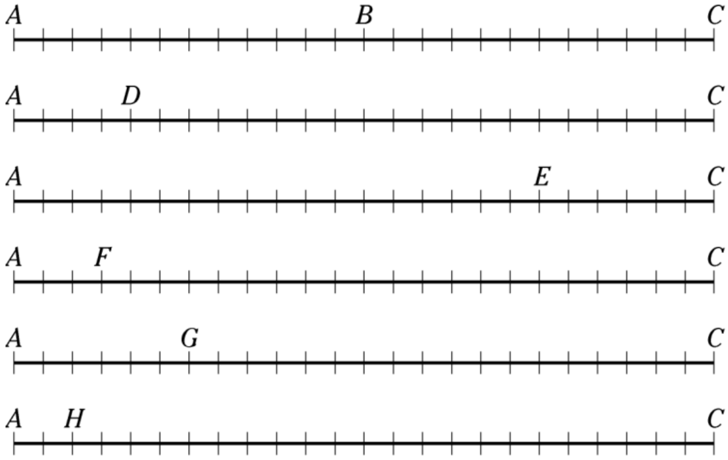
……………………

5. È più grande $\frac{1}{8}$ o $\frac{1}{4}$?



……………………

6. Completa come nell'esempio:



$AB = \frac{1}{2}\,AC$

$AD =$ ...... AC

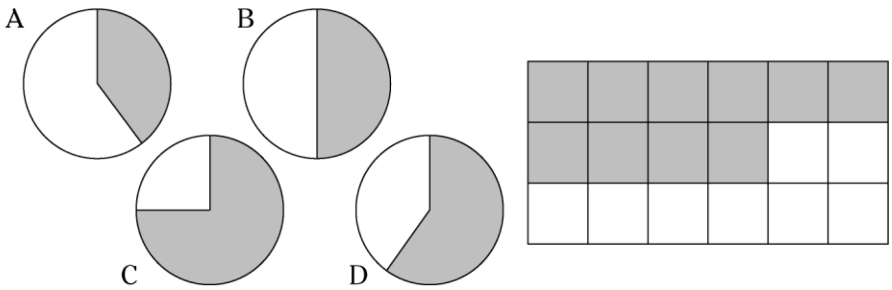
$AE =$ ...... AC

$AF =$ ...... AC

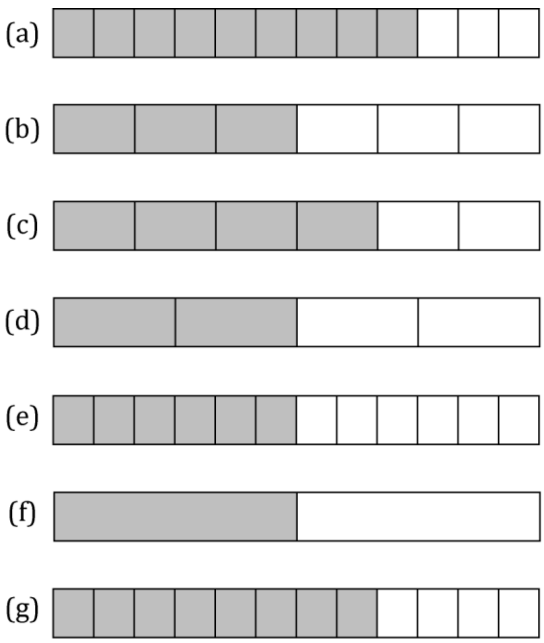
$AG =$ ...... AC

$AH =$ ...... AC

7. Quale cerchio ha approssimativamente la stessa frazione di superficie colorata del rettangolo in figura?



8. Scrivi la frazione corrispondente alla parte colorata nei rettangoli in figura; confronta i vari disegni e indica le frazioni equivalenti.



(a) ....

(b) ....

(c) ....

(d) ....

(e) ....

(f) ....

(g) ....

9. Sistema sulla semiretta le frazioni:

$\frac{1}{2}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{17}{12}$

10. Riduci le frazioni ai minimi termini

$\frac{50}{15} =$ $\qquad$ $\frac{160}{124} =$ $\qquad$ $-\frac{12}{90} =$ $\qquad$ $\frac{121}{22} = -\frac{36}{24} = \frac{16}{124} =$

11. Confronta le frazioni: inserisci il simbolo <, oppure >, oppure =

$\frac{2}{5} \ldots\ldots \frac{6}{13};$ $\qquad$ $\frac{9}{2} \ldots\ldots \frac{15}{4};$ $\qquad$ $-\frac{2}{5} \ldots\ldots -\frac{6}{13};$ $\qquad$ $-\frac{2}{5} \ldots\ldots -\frac{9}{20};$ $\qquad$ $-\frac{14}{3} \ldots\ldots -\frac{20}{7}.$

12. Disponi le frazioni in ordine crescente su una retta:

13/2 ; 3/4; 6/7 ; 7/8; 4/3; 15/4

-2/5 ; -4/6 ; -6/5 ; -1. 6 ; ‾22/11; 1.5 .

13. Completa la tabella

A	B	A + B	A - B	A * B	A : B	B : A	(A + B) : A
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}$						
	$-\frac{7}{3}$	$\frac{1}{2}$					
$\frac{9}{2}$				3			
-1			$\frac{7}{5}$				
	$\frac{1}{3}$				-6		
	$-\frac{2}{5}$	0					

14. Disponi in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri:

$+0{,}5\,;\,-3{,}5\,;\,-3{,}25\,;\,+0{,}48\,;\,-2\,;\,-2{,}24\,;\,-1{,}75$

15. Completa:

a) $(\ldots\ldots)\cdot(-5)=+15$ b) $\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(\ldots\ldots)=-\frac{9}{5}$ c) $(-24):(-6)=\ldots\ldots$ d) $\left(+\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{21}{2}\right)=\ldots\ldots$

e) $(-8):(\ldots\ldots)=-32$ f) $\left(-\frac{5}{6}\right):(\ldots\ldots)=+\frac{5}{8}$ g) $(+35):(-7)=\ldots\ldots$ h) $\left(+\frac{5}{8}\right):\left(-\frac{3}{10}\right)=\ldots\ldots$

16. Calcola il valore delle seguenti potenze:

a) $(-3)^2=\ldots\ldots\ldots\ldots$	b) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3=\ldots\ldots\ldots\ldots$	c) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\ldots\ldots\ldots\ldots$
d) $(+2)^3=\ldots\ldots\ldots\ldots$	e) $\left(+\frac{5}{6}\right)^0=\ldots\ldots\ldots\ldots$	f) $\left(-\frac{4}{7}\right)^0=\ldots\ldots\ldots\ldots$

17.Esegui le seguenti espressioni applicando, ove possibile, le proprietà delle potenze:

a) **Guidata:** $\left[2+\frac{3}{4}:\left(\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}\right)\right]\times\frac{4}{13}+\left(\frac{4}{5}:\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=$

$$\left[2+\frac{3}{4}:(\ldots\ldots\ldots\ldots)\right]\times\frac{4}{13}+\left(\frac{4}{5}\ldots\ldots\ldots\ldots-\ldots\ldots\ldots\ldots\right)=$$

$$\left[2+\frac{3}{4}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right]\times\frac{4}{13}+\left(\frac{\ldots\ldots-\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)=$$

$$\left[\frac{\ldots\ldots+\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right]\times\frac{4}{13}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\times\frac{4}{13}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=$$

$$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots+\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

b)**SVOLTA** $\left[2\cdot\frac{5^2}{3}:\left(\frac{5}{3}\right)^2-2^3:2^2+\frac{2^4}{5}\cdot10\right]:\left[10\cdot3^5\cdot\frac{1}{3^3}-2^3\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2:\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]=$

$$\left[2\cdot\underbrace{\frac{5^2}{3}:\left(\frac{5}{3}\right)^2}-\underbrace{2^3:2^2}+\frac{2^4}{5}\cdot\underbrace{10}\right]:\left[\underbrace{10}\cdot\underbrace{3^5\cdot\frac{1}{3^3}}-2^3\cdot\underbrace{\left(\frac{5}{2}\right)^2:\left(\frac{5}{6}\right)^2}\right]=$$

Non hanno la stessa base e quindi faccio il reciproco del divisore attribuendo al numeratore ed al denominatore l'esponente esterno

Applico la proprietà del quoziente $2^{3-2}=2^1$

Scompongo in fattori primi

Non scompongo in fattori primi perché i successivi fattori non sarebbero semplificabili

Applico la proprietà del prodotto 3^{5-3}

Applico la proprietà del quoziente $\left(\frac{5}{2}:\frac{5}{6}\right)^2$

$$= \left[2\cdot \underbrace{\frac{5^2}{3}\cdot\frac{3^2}{5^2}} - 2 + \underbrace{\frac{2^4}{5}\cdot 2\cdot 5} \right] : \left[\underbrace{10 \cdot 3^2} - 2^3 . \left(\underbrace{\frac{5}{2} : \frac{5}{6}} \right)^2 \right] =$$

Applico le proprietò del prodotto e del quoziente:
$5^{2-2} = 5^0$
e
$3^{2-1} = 3^1$

Applico la proprietà del prodotto
2^{4+1}
Applico la proprietà del quoziente
$5^{1-1} = 5^0$

Sviluppo la potenza e moltiplico perché debbo eseguire la sottrazione

Faccio il reciproco del divisore e scompongo in fattori primi

$$= \left[\underbrace{2\cdot 1\cdot 3} - 2 + \underbrace{2^5\cdot 1} \right] : \left[90 - 2^3 . \left(\underbrace{\frac{5}{2}\cdot\frac{2\cdot 3}{5}} \right)^2 \right] =$$

Moltiplico perché debbo eseguire la sottrazione

Sviluppo la potenza e moltiplico

Applico le proprietò di prodotto e quoziente
$5^{1-1} = 5^0$

$$= \underbrace{\left[6 - 2 + 32 \right]} : \left[90 - 2^3 . \underbrace{(1\cdot 1\cdot 3)^2} \right] =$$

Eseguo la sottrazione e poi la

Eseguo il prodotto ed applico la Potenza di potenza $3^{1\cdot 2}$

$$= 36 : \left[90 - \underbrace{2^3\cdot 3^2} \right] = \quad 36 : \left[\underbrace{90-72} \right] = \quad \underbrace{36 : 18} = \quad 2$$

Sviluppo le potenze e moltiplico

Eseguo la sottrazione

Eseguo la divisione

Risultato

c) $\left(-\frac{3}{10}+\frac{1}{20}\right):\left(\frac{3}{4}-2\right)+\left(3-\frac{1}{2}\right)=$ $\quad\left[\frac{27}{10}\right]$

d) $\frac{1}{5}-\frac{1}{4}+\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right)-\left[\frac{2}{20}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\right]-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}-\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{4}\right)=$ $\quad[0]$

e) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{4}{3}+1\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{10}\right)^2-\left(\frac{17}{12}-\frac{5}{3}-\frac{1}{4}\right)^2:\left(\frac{3}{2}-\frac{12}{7}\right)=$ $\quad\left[\frac{59}{48}\right]$

f) $\left[\left(-\frac{11}{6}-\frac{1}{4}\right)-\left(-3+\frac{1}{2}-\frac{7}{4}\right)-\frac{3}{4}\right]:\left(\frac{9}{10}-\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)-\frac{4}{21}=$ $\quad\left[-\frac{13}{7}\right]$

g) $\left[\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{8}-1\right)^2\right]^2\times\left[\left(\frac{4}{3}-\frac{7}{6}+\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2=$ $\left[\frac{1}{9}\right]$

h) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{5}{4}-\frac{7}{12}\right)^2:\frac{5}{9}\right]\times\frac{1}{8}+\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{5}{6}\right)^2\times3-\frac{1}{2}\right]:5=$ [1]

(segui il video "espressione razionali")

i) $\left\{\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3:\left(\frac{5}{7}-\frac{11}{21}\right)^3\right]^2:\left(\frac{3}{2}\right)^4-\frac{16}{5}\times\frac{15}{8}\times\frac{1}{12}\right\}^2-\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right)^2=$ $\left[\frac{13}{16}\right]$

l) $\left[\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)^2\times\frac{4^2}{3}+\left(\frac{5}{2}-2\right):\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]^4:\left[\left(\frac{28}{9}\right)^2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2:2^2\right]=$ [1]

7. I NUMERI DECIMALI: CLASSIFICHIAMOLI

I numeri decimali possono essere di tre tipologie:

a) decimali limitati

b) decimali periodici semplici

c) decimali periodici misti.

Li riconosci facendo la scomposizione in fattori primi del denominatore:

a)

Come riconoscere se da una frazione deriva un NUMERO DECIMALE LIMITATO? (SENZA FARE LA DIVISIONE)

$\frac{41}{10}$ $\frac{37}{100}$ $\frac{18}{1000}$ → FRAZIONI DECIMALI → Danno SEMPRE NUMERI DECIMALI LIMITATI

$\frac{7}{20}$ $\frac{6}{25}$ $\frac{5}{8}$ → FRAZIONI ORDINARIE → Daranno n.d.l. SOLO SE Il DENOMINATORE scomposto in fattori primi contiene 2 - 5 o entrambi

20		25		8	
20	5	25	5	8	2
4	2	5	5	4	2
2	2	1		2	2
1				1	

$20=2^2\times5$; $25=5^2$; $8=2^3$

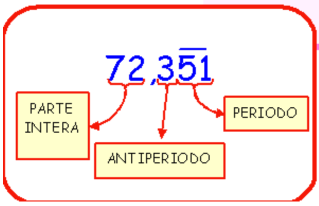
b) Il denominatore scomposto in fattori primi non contiene né 2 né 5:

$\frac{5}{9}=\frac{5}{3^2}$; $\frac{2}{21}=\frac{2}{3\cdot7}$

c) Il denominatore scomposto in fattori primi contiene 2 e/o 5 ed altri fattori:

$\frac{5}{18}=\frac{5}{2\cdot3^2}$; $\frac{2}{35}=\frac{2}{5\cdot7}$

NUMERI NATURALI	NUMERI DECIMALI LIMITATI	NUMERI DECIMALI ILLIMITATI PERIODICI SEMPLICI	NUMERI DECIMALI ILLIMITATI PERIODICI MISTI
$\frac{3}{3}=1$	$\frac{5}{10}=0,5$	$\frac{5}{9}=0,\overline{5}$	$\frac{8}{15}=0,5\overline{3}$
$\frac{20}{4}=4$	$\frac{3}{100}=0,03$	$\frac{9}{33}=0,\overline{27}$	$\frac{5}{66}=0,0\overline{75}$
$\frac{9}{3}=3$	$\frac{42}{1000}=0,042$	$\frac{3}{7}=0,\overline{428571}$	
	$\frac{35}{8}=4,375$		
	$\frac{41}{25}=1,64$		
COME RICONOSCERLI			
	DENOMINATORE 10 - 100-1000 - .... OPPURE SE SCOMPOSTO CI SONO I NUMERI 2 - 5 O ENTRAMBI	DENOMINATORE SCOMPOSTO NON CONTIENE 2 - 5 O entrambi	DENOMINATORE SCOMPOSTO CONTIENE 2- 5 O entrambi MA anche ALTRI NUMERI



8. RAPPORTI, PROPORZIONI E PERCENTUALI

Ricordiamo che:
Si chiama **rapporto** tra due numeri razionali **a** e **b** (con b ≠ 0) il quoziente tra **a** e **b.**
Si chiama **proporzione** l'uguaglianza tra due rapporti.
Quattro numeri razionali **a, b, c** e **d** (diversi da zero) sono in proporzione se risulta:

$$a : b = c : d$$

a e **d** sono detti **estremi** della proporzione mentre **c** e **b** sono detti **medi.**

Proprietà delle proporzioni: "in una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi".

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Una proporzione si dice **continua** se i medi proporzionali risultano uguali**:**

$$a : b = b : c$$

In questo caso **a** viene detto **primo proporzionale, b medio proporzionale** e **c terzo proporzionale.**

Una **percentuale** equivale ad una frazione con denominatore uguale a 100.
Es: 5% = 5/100 = 0,05 ; 25% = 25/100 = 0,25

Calcolo delle percentuali:
Se indichiamo con **P** la percentuale, con **N** la quantità corrispondente alla percentuale e con **T** il totale, vale sempre la seguente proporzione:

$$P : 100 = N : T$$

Es: In una classe 8 studenti su 20 sono maschi. Calcola la percentuale di studenti maschi.
Svolgimento: la quantità corrispondente è N = 8, il totale T = 20. Si ha quindi:

P : 100 = 8 : 20 . Ricavando P, si ha: $P = \dfrac{100 \times 8}{20} = 40\%$

E ora…… ESERCIZI

1. Risolvi le seguenti proporzioni:

a) 15 : 12 = x : 20; b) $1,\bar{3} : \dfrac{2}{5} = 0,5 : x$; c) $\dfrac{3}{2} : x = \dfrac{4}{11} : \dfrac{16}{9}$; d) $\dfrac{8}{5} : x = x : \dfrac{1}{90}$

e) $\left(\dfrac{9}{4} + 1 - \dfrac{11}{12}\right) : \left(\dfrac{3}{10} \times \dfrac{15}{4} + \dfrac{1}{3}\right) = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{8}{9} \times \dfrac{3}{16}\right) : x$ f) $\left(\dfrac{7}{3} + \dfrac{1}{5} - \dfrac{4}{15}\right) : x = \left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{4}{3}\right) : \left(2 - \dfrac{3}{4}\right)$

2. Calcola il terzo proporzionale dopo i numeri 10 e 20.

3. Risolvi i seguenti problemi mediante le proporzioni:

a)Il perimetro di un triangolo è 318 cm e i suoi lati sono proporzionali ai numeri 15, 18, 20.Calcola la misura di ciascun lato del triangolo.

b) In un circo vi sono 27 animali fra leoni e scimmie. Sapendo che i leoni sono $\frac{4}{5}$ delle scimmie, quanti sono i leoni e quante le scimmie?

c) La somma dei cateti di un triangolo rettangolo misura 119 cm e il loro rapporto è $\frac{12}{5}$. Calcola la misura di ciascuno di essi.

d) Il perimetro di un rettangolo è 126 dm e una dimensione e $\frac{2}{5}$ dell'altra. Calcola la misura di ciascuna dimensione.

e) Calcola il perimetro di un triangolo isoscele sapendo che la differenza tra la base e il lato obliquo è 10 m e il loro rapporto è $\frac{5}{3}$.

f) Determina due numeri x e y sulla base delle informazioni date: $x : y = 9 : 4$ e $x + y = 26$.

g) Determina due numeri x e y sulla base delle informazioni date: $x : y = 27 : 23$ e $x - y = 16$.

h) Tre soci, alla fine dell'anno, si dividono l'utile di un'azienda che è stato di 300 000 euro in parti direttamente proporzionali al capitale investito da ciascuno di essi. Quale somma riceverà ciascuno se i capitali investiti dai tre soci sono rispettivamente di 200 000 euro, 450 000 euro e 100 000 euro?

i) Durante i saldi, una maglia è stata pagata 25,90 euro. Sapendo che lo sconto praticato è stato del 30%, quale era il prezzo originario?

l) In una pasticceria in un giorno si sono venduti 32 kg di paste con un incasso complessivo di 832 euro. Se l'incasso del giorno successivo è stato di 1170 euro, quanti kg di paste si sono venduti?

m) Un negozio di abbigliamento propone uno sconto del 18% se si acquistano almeno tre capi di abbigliamento. Se Luca ha acquistato quattro maglie spendendo 205 euro, quanto avrebbe dovuto pagare senza lo sconto?

n) Un rombo ha il perimetro di 280 dm e la diagonale maggiore lunga 112 dm. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al rombo e avente l'altezza lunga 56 dm. [280 dm]

o) Un rombo avente le diagonali lunghe rispettivamente 54 cm e 240 cm è isoperimetrico a un rettangolo. Calcola l'area del rettangolo sapendo che una sua dimensione è lunga 130 cm. [15080 cm^2]

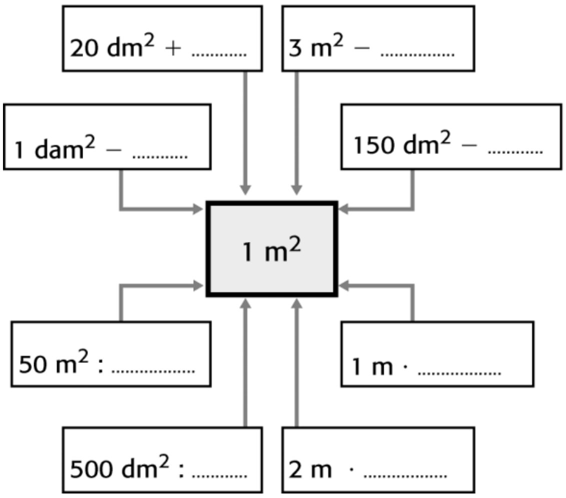
9. EQUIVALENZE

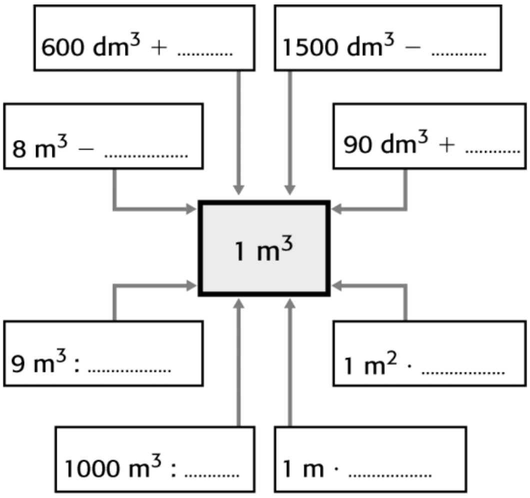
…… ESERCIZI

1. Completa, mettendo l'opportuna unità di misura:

(a)	18 cm	=180 ………………………………
(b)	3 m	=30 ………………………………
(c)	71 m²	=7100 ………………………………
(d)	3000 cm²	=300000 ………………………………
(e)	1728 mm³	=1,728 ………………………………
(f)	50 dm³	=50000 ………………………………
(g)	600 cl	=6 ………………………………
(h)	3 hl	=300 ………………………………
(i)	150 minuti	=2 e $\frac{1}{2}$ ………………………………
(l)	7200 secondi	=120 ………………………………

2. Completa, come nell'esempio.





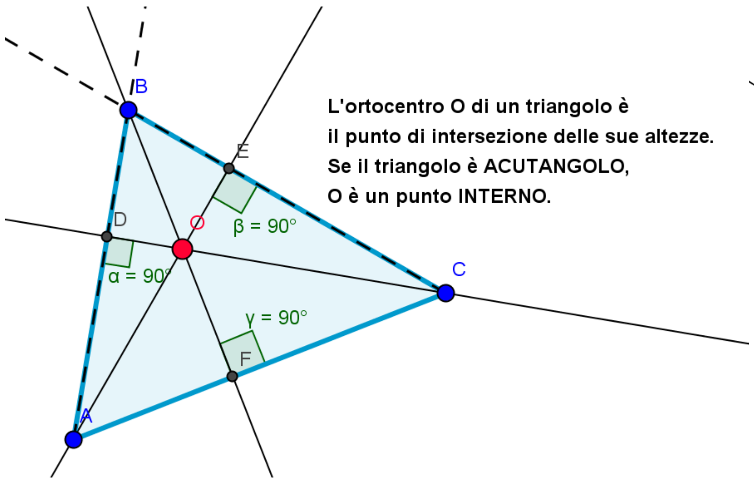
3. Esegui le seguenti equivalenze:

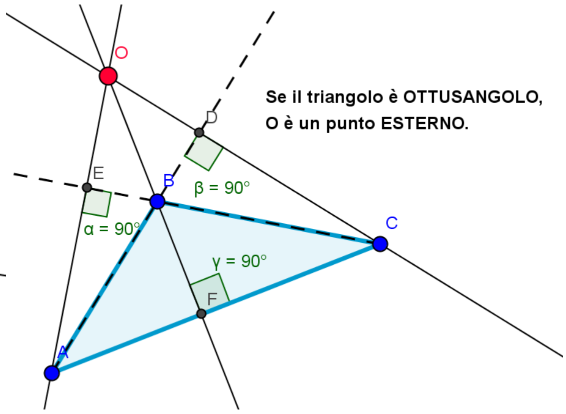
1 m	=	________	dm	100 mm	=	________	dm
1 m	=	________	cm	100 mm	=	________	cm
2 cm	=	________	mm	100 cm	=	________	dm
20 mm	=	________	cm	50 cm	=	________	dm
20 mm	=	________	cm	2 m	=	________	dm
400 cm	=	________	m	3 m	=	________	cm
1500 cm	=	________	m	4 cm	=	________	mm
25 m	=	________	mm	15 mm	=	________	cm

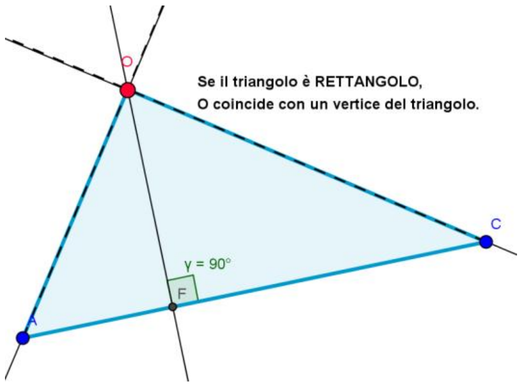
140 dl	=	________	cl	________	l
5 dl	=	________	ml	________	cl
200 cl	=	________	dl	________	l
3000 ml	=	________	dl	________	l
4300 dl	=	________	l	________	dal
6 l	=	________	dl	________	cl

10. ACCENNI ALLA GEOMETRIA

Per quanto riguarda **GEOMETRIA**, ti consigliamo di ripassare le definizioni di retta, semiretta, segmento, angolo, poligono, bisettrice, mediana e altezza.
A proposito delle altezze di un triangolo, ricorda che l'altezza è il segmento che parte da un vertice e cade perpendicolarmente sul lato opposto (o sul suo prolungamento) … e quindi attenzione al disegno:







(segui i video relativi agli argomenti di Geometria:

- **"mediana" di un triangolo,**
- **"altezza 1" di un triangolo,**
- **"altezza 2", con l'ortocentro di un triangolo)**

E a proposito delle **FORMULE INVERSE**, ricorda che:

Se l'area del rettangolo si calcola così $A = b \cdot h$, allora $b = \frac{A}{h}$, $h = \frac{A}{b}$

Se il volume di un solido si calcola così $V = A_b \cdot h$, allora $h = \frac{V}{A_b}$, $A_b = \frac{V}{h}$

Ora che il lavoro è concluso eccovi qualche interessante **aforisma sulla Matematica**…

Se l'uomo non sapesse di Matematica non si eleverebbe di un sol palmo da terra. (Galileo Galilei)

La matematica è il gioco più bello del mondo. Assorbe più degli scacchi, scommette più del poker, e dura più di Monopoli. E' gratuita. E può essere giocata ovunque – Archimede lo ha fatto in una vasca da bagno.
(Richard J. Trudeau)

Tutti i matematici vivono in due mondi diversi. Vivono in un mondo cristallino di forme platoniche perfette. Un palazzo di ghiaccio. Ma vivono anche nel mondo comune in cui le cose sono transitorie, ambigue, soggette alla vicissitudine. I matematici vanno avanti e indietro da un mondo ad un altro. Sono adulti nel mondo cristallino, neonati in quello vero. (Sylvain Cappell)

La matematica è la scienza più a buon mercato. A differenza della fisica o della chimica, non richiede nessun equipaggiamento costoso. Tutto ciò di cui ha bisogno è carta e matita. (George Pólya)

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.
(Galileo Galilei)

Pure la matematica è, a suo modo, la poesia di idee logiche.
(Albert Einstein)

Chiudiamo il percorso con una frase espressa da Newton,
tracciando un bilancio della sua opera:

"Non so come possa io apparire al mondo: a me sembra d'essere stato soltanto un bambino che gioca sulla spiaggia, e di essermi divertito a trovare un ciottolo più levigato e una conchiglia più bella del solito, mentre il grande oceano della verità mi si stendeva dinanzi inesplorato".

BUONE VACANZE!!!!!!